Série TD de THL

Exercice 1 Soient les langages suivants :

L_1= {$a^i b^j$, i>=j>=0}

L_2= {w€{a,b}$^+$}

L_3= {w€{a,b}$^+$ / IwI<=3}

L_4= {$a^i b^j$, i>=2}

L_5= {$a^i b^j c^j$, i>=2, j>=0}

Parmi les mots suivant, preciser quels sont ceux qui appartiennent à quel langage ?

Les mots sont : ε, a, ab, abba, aba, aabb, abb.

Exercice 2 Soient les langages suivants :

L_1={$a^n b^m$, n>=m>=1}

L_2={ε, a, aa}

L_3={b, ba}

L_4={ε}

L_5={$a^n b^n$, n>=1}

Trouver les langages: L_2L_3, L_2L_1, L_1L_3, $L_5 \cap L_1$, $L_6 \cup L_5$, $L_1(L_2 \cap L_4)$, $L_1(L_2 \cap L_3)$, $(L_1L_2)^R$

Exercice 3 Trouver les grammaires qui génèrent les langages suivants :

- $L_1 = \{a^i, i \geqslant 1\}$.
- $L_2 = \{a^i, i \geqslant 0\}$.
- $L_3 = \{a^i b^j, i \geqslant 0, j \geqslant 1\}$.
- $L_4 = \left\{a^i b^j a^2 c^k, i \geqslant 0, j > 1, k \geqslant 1\right\}$.
- $L_5 = \{a^i b^i, i \geqslant 1\}$.
- $L_6 = \{a^{2i} b^i, i \geqslant 0\}$.
- $L_7 = \{a^i b^j, i \geqslant j \geqslant 0\}$.
- $L_8 = \{\omega \in \{a, b\}^*, |\omega|_a \equiv 0\,[2]\}$.
- $L_9 = \{\omega \in \{a, b\}^*, |\omega|_a \equiv 0\,[3]\}$.
- $L_{10} = \left\{\omega\omega^R, \omega \in \{a, b\}^+\right\}$.
- $L_{11} = \left\{\omega a^i b^i \omega^R, \omega \in \{a, b\}^+, i \geqslant 0\right\}$.

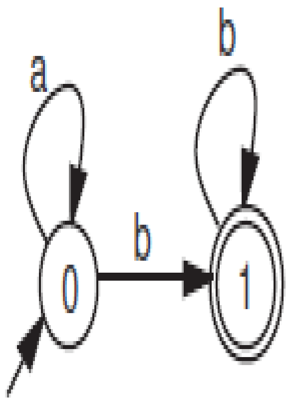
Exercice 4 Soient les alphabets suivants :

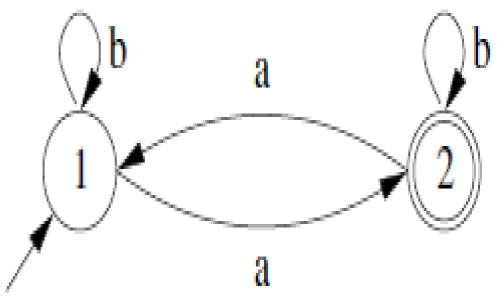
$A_1=\{a,b\}$ $A_2=\{0,1\}$ $A_3=\{0,1,2,\ldots.9\}$ $A_4=\{-, +, ., 0,1,2,\ldots.9\}$

Déterminer un ***AEF*** qui accepte chacun des langages suivants :

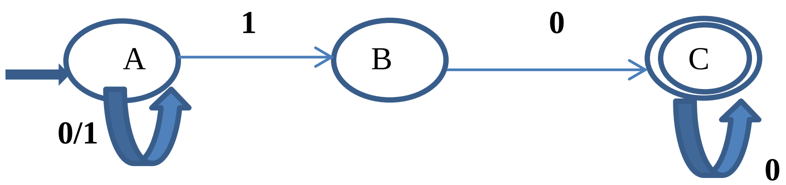
(a) L’ensemble des nombres binaires définis sur A_2.
(b) L’ensemble des nombres naturels définis sur A_3.
(c) Tout mot défini sur A_1 contenant au moins un a.
(d) L’ensemble des nombres définis sur A_3 qui sont multiples de 10.
(e) Modifier l’automate de (a) pour accepter les mots binaires divisibles par 4.
(f) Modifier l’automate de (b) pour accepter les nombres naturels pairs.
(g) L’ensemble des nombres réels définis sur A_4.
(h) L’ensemble des entiers naturels >=5.

Exercice 5 Déterminer les langages reconnus par ces automates :





Exercice 6 Soit l’automate à etats fini suivant :



1. Quel est le langage accepté par cet automate ?
2. Vérifier est-ce-que cet automate est déterministe ? sinon, le rendre déterministe.
3. Donner une grammaire régulière engendrant ce langage.
4. Donner l’expression régulière associée.

Exercice 7 Calculer les dérivées des langages L1, L2, L3, L4, L5 par rapport aux mots : a, b, ab, ba, aa, bb.

- $L_1 = \{a^i a^j, i, j \geq 1\}$.
- $L_2 = \left\{a^i b^j c^{2k}, k, j \geq 0, i \geq 1\right\}$.
- $L_3 = a + b^*$.
- $L_4 = ((a^+ ba^*)^+ + (ab^+ b^*))ab$.
- $L_5 = a(ab + b^*)(aba)^*$.

Exercice 8 Soit le langage $L_1 = \{a^n b^m a ; n, m \geq 0\}$ et le langage $L_2 = \{b a^n ; n \geq 0\}$;
1) Construire une grammaire générant L_1.
2) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_1.
3) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_2.
4) Déduire de l'automate précédent une grammaire générant L_2.
5) Construire un automate d'états finis simple qui accepte les langages : $L_1 \cup L_2$, $L_1 \cap L_2$.

Exercice 9 Donnez une expression régulière pour chacun des langages suivants:
1. Tous les mots sur {a, b, c} commençant par a ;
2. Tous les mots sur {a, b, c} dont le premier et le dernier symbole sont les mêmes ;
3. Tous les mots sur {a, b, c} contenant au moins trois a ;
4. Tous les entiers (en base dix) multiples de 5.

Exercice 10 Pour chacun des expressions régulières ci-dessous, expliciter le langage et dessiner un AEF qui le reconnait.

- aba + bab.
- $(aba)^* + (bab)^*$.
- $\{u \in \{a, b\}^*$ tel que u contient le facteur bbb$\}$.
- $\{u \in \{a, b\}^*$ tel que u ne contient pas le facteur bbb

Exercice 11 Soit le langage suivant : $L = \{\mathbf{a^n b^m c^m d^n a^2}$ / **n>=0 et m>1**$\}$
1. Donner la grammaire qui génère ce langage.
2. Donner l'automate correspondant.

Exercice 12 Montrer que cette grammaire est ambiguë.

G/ S→S+S / S-S / S*S / S/S / (S) / id / const.

Exercice 13 Considérons le langage **L** suivant :

L = {a^n b^m c^{n+m}} a, b et c sont des lettres de l'alphabet, n et m sont des entiers naturels tels que : *(n, m>=0).*

1. Construire une grammaire G engendrant L.
2. Donner un automate à pile qui accepte à *pile vide* le langage L.

Exercice 14

***** Donner une grammaire G de type 2 qui génère le langage L suivant :

L=[**$a^n w^R w a^n$**, tel que w est un mot binaire, w^R est le reflet miroir de w, $a \in \pi$, n>=1].

* Donner l'arbre algébrique du mot : w=aa110011aa

* Ecrire sous forme normale de Chomsky, la grammaire G.

* Donner un automate à pile acceptant à pile vide le langage L.

Exercice 15

Donner les automates à pile qui reconnaissent à pile vide les langages suivants:

[**$a^{i,}$ i>=3**] [**$a^i b^j$, i,j>=0**] [**$a^n b^m a^n$d, n,m>=1**] [**w^Rcw, w est binaire**] [**$a^n b^n c^m d^k$, n,m,k>0**]

Exercice 16

1. Trouver une grammaire qui génère le langage L suivant :
   L=[$w \in \{a,b\}^+$, nombre d'occurrence de a=nombre d'occurrence de b]
2. Ecrire la grammaire obtenue sous forme normale de Chomsky.
3. Donner un automate à pile qui accepte à pile vide le langage L.